

# Sobre uma melhoria da equação espectral de Wien; por M. Planck\*

(apresentado na reunião do dia 19 outubro 1900.)

(vide página 181 acima)

---

Os interessantes resultados comunicados na sessão de hoje pelo Sr. KURLBAUM, sobre as medições de energia realizadas por ele em colaboração com o Sr. RUBENS, no campo das ondas espectrais mais longas, confirmaram energicamente a afirmação, levantada pela primeira vez pelos Sigg. LUMMER e PRINGSHEIM, com base em suas observações, de que a lei de distribuição da energia de WIEN não possui o significado geral que lhe foi atribuído por várias partes, mas que essa lei tem, no máximo, o caráter de uma lei limite, cuja forma extremamente simples deve a sua origem apenas à limitação de pequenos comprimentos de onda ou baixas temperaturas.<sup>1</sup> Como eu mesmo apoiei aqui a opinião da necessidade da lei WIEN, então me seja concedido de apresentar brevemente como a teoria eletromagnética da radiação desenvolvida por mim se compara aos fatos observacionais.

De acordo com essa teoria, a lei de distribuição da energia é determinada assim que a entropia  $S$  de um ressonador linear, que reage à radiação, é conhecida como função da sua energia de vibração  $U$ . No entanto, já destaquei no meu último trabalho sobre este tópico<sup>2</sup>, que a lei do aumento da entropia ainda não é suficiente por si mesma para determinar completamente essa função. Eu fui conduzido à opinião sobre a generalidade da lei de WIEN principalmente por uma consideração específica, ou seja, através o cálculo de um aumento infinitamente pequeno na entropia de um sistema de  $n$  ressonadores idênticos que se encontra num campo de radiação estacionário, a partir do qual cálculo, usando dois métodos diferentes, resultou a equação:<sup>3</sup>

$$dU_n \cdot \Delta U_n \cdot f(U_n) = n dU \cdot \Delta U \cdot f(U) ,$$

onde

$$U_n = nU \quad \text{e} \quad f(U) = -\frac{3}{5} \frac{d^2 S}{dU^2} ,$$

---

\*Título original: *Ueber eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung*. Publicado em: *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*. 2: 202–204. Traduzido por Oliver F. Piattella.

<sup>1</sup>O Sr. PASCHEN, como ele me comunicou brevemente, também estabeleceu recentemente desvios evidentes da lei de WIEN.

<sup>2</sup>M. PLANCK, Ann. d. Phys. 1. p. 730. 1900.

<sup>3</sup>l. c. p. 732.

da qual resulta então a lei de WIEN na forma:

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\text{const.}}{U} .$$

Nessa equação funcional, a expressão do membro à direita certamente representa a mencionada variação de entropia, pois ocorrem processos completamente idênticos e independentes um do outro, cujas variações de entropia devem-se, portanto, simplesmente adicionar. Por outro lado, eu consideraria bem possível, embora ainda não seja facilmente compreensível e, de qualquer maneira, difícil de demonstrar, que a expressão à esquerda não possua, em geral, o significado anteriormente atribuído a ela por mim, em outras palavras: que os valores de  $U_n$ ,  $dU_n$  e  $\Delta U_n$  não são de forma alguma suficientes para determinar a alteração de entropia em questão, mas que para isso a própria  $U$  deva ser conhecida. Elaborando essa ideia, acabei construindo, de maneira bastante arbitrária, expressões para a entropia, as quais, embora mais complicadas que a expressão de WIEN, como esta parecem satisfazer todos os requisitos das teorias termodinâmicas e eletromagnéticas.

Agora, entre as expressões assim obtidas, notei em particular uma que é mais próxima em termos de simplicidade à de WIEN e que, uma vez que esta última não é suficiente para representar todas as observações, bem mereceria, portanto, de ser examinada mais por perto. A mesma é obtida quando se põe<sup>4</sup>:

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = \frac{\alpha}{U(\beta + U)} .$$

É de longe a mais simples de todas as expressões que fornecem  $S$  como função logarítmica de  $U$  (propriedade que o cálculo das probabilidades nos leva a assumir) e que também se transforma na expressão de WIEN acima para pequenos valores de  $U$ . Através do uso da relação:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$$

e da lei do “deslocamento” de WIEN,<sup>5</sup> obtemos a fórmula de radiação com duas constantes:

$$E = \frac{C\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1} ,$$

que, até onde posso ver no momento, reproduz o andamento dos valores observados publicados até agora de maneira tanto satisfatória quanto as melhores equações

---

<sup>4</sup>começo da segunda derivada de  $S$  com respeito a  $U$  porque essa quantidade tem um significado físico simples. (l. c. p. 731.)

<sup>5</sup>A expressão da lei do deslocamento de WIEN é simples:

$$S = f\left(\frac{U}{\nu}\right) ,$$

onde  $\nu$  representa a frequência do ressonador. Apresentarei-la em outra ocasião.

espectrais propostas até o momento, a saber, a de THIESEN<sup>6</sup>, a de LUMMER-JAHNKE<sup>7</sup> e a de LUMMER-PRINGSHEIM.<sup>8</sup> (para citar algumas) Gostaria, portanto, de me permitir de dirigir a sua atenção para essa nova fórmula que considero a mais simples, depois da de WIEN, do ponto de vista da teoria eletromagnética da radiação.

---

Impresso por Metzger e Wittig em Leipzig

---

<sup>6</sup>M. THIESEN, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 67. 1900. Lá se diz também que o Sr. THIESEN já havia proposto sua fórmula antes que os Sigg. LUMMER e PRINGSHEIM estendessem as suas medições para comprimentos de onda mais longos. Enfatizo isso aqui porque eu havia dado uma interpretação bastante diferente antes do aparecimento da publicação acima mencionada. (M. PLANCK, Ann. D. Phys. 1. p. 719. 1900).

<sup>7</sup>O. LUMMER e E. JAHNKE, Ann. d. Phys. 3. p. 288. 1900.

<sup>8</sup>O. LUMMER e E. PRINGSHEIM, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 2. p. 174. 1900.